

УДК 519.216:612.3

М. Тимчак, М. Хвостівський, Л. Дедів  
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЕЛЕКТРОГАСТРОЕНТЕРОСИГНАЛУ ДЛЯ ПІДВИЩЕННЯ ДОСТОВІРНОСТІ ЕЛЕКТРОГАСТРОЕНТЕРОСИСТЕМ

© Тимчак М., Хвостівський М., Дедів Л., 2012

Проаналізовано останні дослідження шлунково-кишкового тракту людини за електрогастроентеросигналом та обґрунтовано адекватну його модель.

Ключові слова: електрогастроентеросигнал, шлунково-кишковий тракт, періодично-корельований випадковий процес

Recent research analysis of the gastrointestinal tract of human have been made by electrogastroenterosignal and its adequate model is graunded.

Key words: electrogastroenterosignal, gastrointestinal tract, periodically correlated random process

### **Вступ**

Сьогодні у медичній практиці після оперативних втручань в органи шлунково-кишкового тракту (ШКТ) швидкість відновлення моторики контролюється за допомогою методів, які можна розділити на дві групи [1–4]:

- методи, що дають змогу безпосередньо реєструвати скоротливу активність ШКТ;

- методи оцінки моторної функції органів на основі даних, що характеризують їх електричну активність.

До першої групи належать методи, які базуються на безпосередньому вимірюванні внутрішньо-просвітнього тиску ШКТ за допомогою балонів, мікросенсорів, радіокапсул, катетерів. Їх особливістю є введення чужорідного тіла безпосередньо в просвіт органа, що призводить до роздратування механорецепторів слизової оболонки і змінює її моторну активність. Саме тому сьогодні особливої актуальності набувають неінвазивні і нетравмуючі методи діагностики ШКТ.

До другої групи належать електрофізіологічні методи, які базуються на вивченні електричної активності ШКТ, і дають змогу дослідити тісні взаємозв'язки між електричною і скоротливою діяльністю ШКТ [5–10]. Електрофізіологічні методи об'єднують як безпосередню реєстрацію біопотенціалів гладком'язових стінок органів з фіксованих на них електродів – пряма електрогастроентерографія, так і їх реєстрацію з на шкірних електродів – периферична електрогастроентерографія [11–14]. Необхідність імплантувати електроди в стінку органу обмежує використання прямої електрогастроентерографії в клінічній практиці. До того ж, у деяких роботах [11–14] виявлений достовірний зв'язок між результатами прямої і периферичної електрогастроентерографії.

Периферична електрогастроентерографія як неінвазивний метод дослідження ШКТ дає змогу оцінити біоелектричну активність шлунку, дванадцятипалої кишки і інших відділів ШКТ і базується на реєстрації змін електричного потенціалу від органів ШКТ (шлунок, дванадцятипала кишка, кишечник, пряма та товста кишки). Застосування периферичної електрогастроентерографії в процесі діагностики стану ШКТ уможливує своєчасне (раннє) виявлення змін у функціонуванні органів травлення, що забезпечує подальший контроль за лікуванням та визначення доцільності оперативних втручань.

Ефективність діагностики ШКТ людини методом електрогастроентерографії залежить від виду математичної моделі електрогастроентеросигналу, яка і визначає методи його опрацювання, які дають змогу визначати інформативні параметри сигналу.

Сьогодні усі відомі методи опрацювання електрогастроентеросигналу у комп'ютерних електрогастроентерографах, такі як морфологічний, Вейвлет- та Фур'є-аналізи, базуються на детермінованій та стаціонарній моделі, що є неадекватним для цього типу сигналу. Оскільки електрогастроентеросигнал за природою походження є випадковим та періодичним, тому адекватна математична модель повинна враховувати у своїй структурі поєднання властивостей періодичності із випадковістю, що є важливим під час дослідження фазово-часових змін у сигналі із метою своєчасного (раннього) виявлення змін у функціонуванні ШКТ.

### Аналіз характеристик електрогастроентеросигналу

Проаналізовано характеристики ЕГЕС (рис. 1) з позицій детермінованого та стаціонарного підходів.

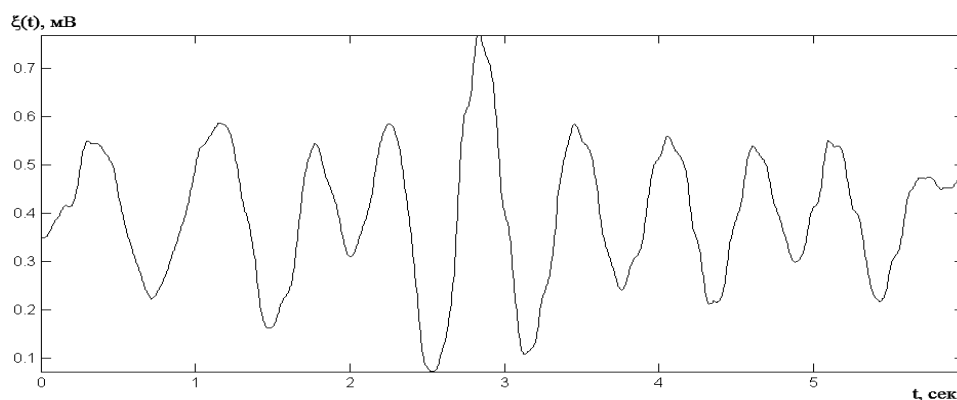


Рис. 1. ЕГЕС з бази даних системи "Гастроскан-ГЭМ" (норма)

Результати аналізу ЕГЕС методами гармонічного аналізу у межах детермінованого підходу підтверджують, що отримані амплітудні спектри відгуків ЕГЕС (рис. 2) є мінливими, що свідчить про наявність в сигналі стохастичної складової.

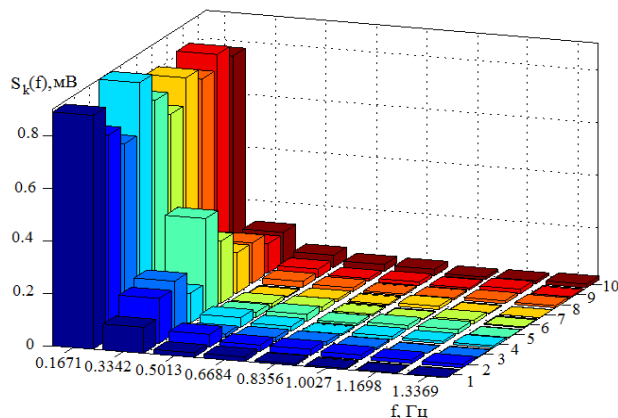


Рис. 2. Реалізації амплітудних спектрів ЕГЕС на  $k$ -х періодах

Розглядаючи сигнал у межах стаціонарної моделі, помічено, що кореляційна функція від ЕГЕС є періодичною в часі  $t$  та циклічно-загасаючою по зсуву  $u$  (рис. 3).

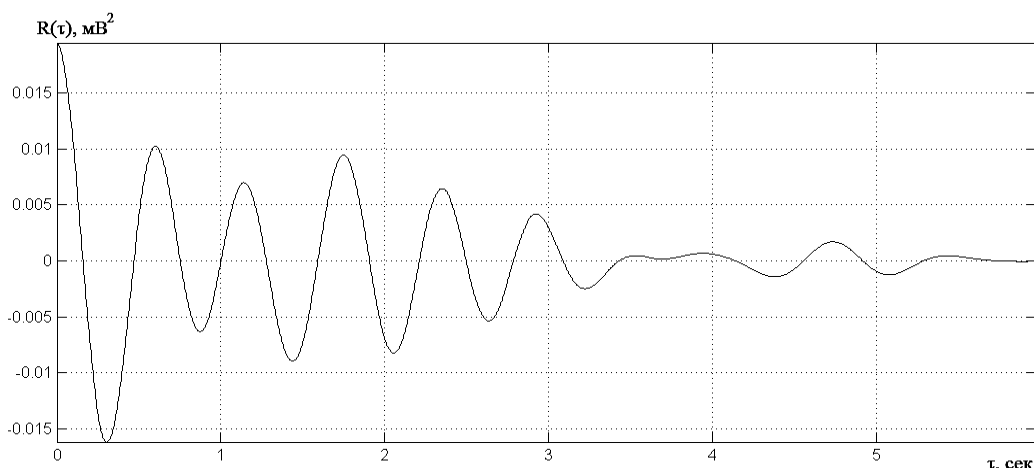


Рис. 3. Реалізація автокореляції ЕГЕС

Адекватна модель ЕГЕС повинна мати властивість стохастичності, гармонізованості і періодичності її статистичних характеристик. Випадкова стаціонарна модель відображає складність ЕГЕС у спектральному розподілі потужності, проте не відображає його фазово-часової структури, яка є важливим показником у разі виявлення фазово-часових змін у сигналі. У термінах енергетичної теорії ці вимоги задовольняє модель у вигляді періодично корельованого випадкового процесу, яка має засоби врахування як пов'язаності гармонічних складових, так і зміни ймовірнісних характеристик.

#### **Математична модель електрогастроентеросигналу у вигляді періодично-корельованого випадкового процесу**

Оскільки потужність ЕГЕС є скінченною в межах періоду, тоді можемо зарахувати сигнал до класу  $p^T$  [15].

Враховуючи наведене, можемо припустити, що моделлю в цьому разі є принаймні нестационарний випадковий процес скінченної середньої потужності (класу  $p^T$ ). Тоді енергетична теорія стохастичних сигналів (ЕТСС) обґрунтовує алгоритм обчислення оцінок характеристик стаціонарного наближення для випадкових процесів класу  $p$ , які дорівнюватимуть оцінкам такого стаціонарного

процесу, що складається з таких самих як і процес класу  $\mathbf{p}$ , гармонік і з такими самими потужностями, але вже некорельованих (бо стаціонарність і корельованість гармонік для процесів класу  $\mathbf{p}$  рівносильні) [15].

Енергетична теорія стохастичних сигналів обґрунтовує зображення такого типу сигналів, із законом збереження середньої потужності при цьому та вказанням типу їхньої корельованості у часовій області або у часі повторюваністю імовірнісних характеристик, зображення через стаціонарні компоненти і стаціонарні послідовності відліків [15].

Відповідно до ЕТСС з цього випливає, що адекватною моделлю ЕГЕС буде математична модель у вигляді загального періодично корельованого випадкового процесу класу  $\mathbf{p}^T$ , яка найзагальніше поєднує випадковість значень з повторністю, трактуючи її як періодичність імовірнісних характеристик. Тоді задача зведеться до того, щоб на підставі апріорного теоретичного аналізу структури цієї моделі виявити можливі інваріанти, що їх може надати опрацювання емпіричних даних, та обґрунтувати алгоритм цього опрацювання [15].

Періодично-корельовано-випадкові процеси (ПКВП) – це моделі стохастичних коливань з періодичною зміною імовірнісних характеристик. Вони творять підклас  $\mathbf{p}^T$  [15].

Періодично корельовано – це такі випадкові процеси, математичне сподівання і коваріація якого задовольняють умови [15]: існує таке певне  $T > 0$ , яке називається періодом корельованості, що

$$m_x(t+T) = m_x(t), r_x(t+T, s+T) = r_x(t, s), \forall t, s \in R, \quad (1)$$

де  $m_x(t)$  – математичне сподівання, а  $r_x(t, s)$  – кореляційна функція процесу, або, якщо використати параметричну коваріацію (функцію кореляції  $b_x(t, u) = r_x(t+u, t)$ ), то з цих формул виходить, що математичне сподівання і параметрична коваріація є періодична з періодом  $T$ :

$$m_x(t+T) = m_x(t), b_x(t+T, s+T) = b_x(t, s), \forall t, s \in R. \quad (2)$$

Означення класу  $\mathbf{p}$  мало однією із причин вивчення ПКВП у спектральній області – їхньої гармонізованості, вигляду спектра (типу корельованості гармонічних складових), закону збереження (потужності в узагальненій теоремі Вінера-Хінчина) та зображення таких процесів через спектральні компоненти. При цьому очевидно, що умова (1) під час обчислення середніх характеристик призводить до того, що усереднення по всій осі переходить в усереднення по відрізьку довжини  $T$ , що (внаслідок інваріантності усереднення зсувів) можна вважати як усереднення на відрізьку  $[0, T)$ , тобто прийняти, що середні величини характеристики процесу даються виразами:

$$m_x = M_t \{m(t)\} = \frac{1}{T} \int_0^T m(t) dt, \quad (3)$$

$$B(u) = M_t \{r(t+u, t)\} = \frac{1}{T} \int_0^T r(t+u, t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T b(t, u) dt, \quad (4)$$

де  $M_t$  – символ усереднення по всій осі;  $T$  – період корельованості ПКВП.

Ці характеристики тому мають розклади у ряди Фур'є:

$$m(t) = \sum_{k \in Z} m_k e^{ik\Lambda t}, \quad (5)$$

$$b(t, u) = \sum_{k \in Z} B_k(u) e^{ik\Lambda t}, \quad (6)$$

як слід розуміти у сенсі теорії узагальнених функцій Шварца [15], коли розглядати ПКВП скінченної середньої потужності. Тут  $\Lambda = \frac{2\pi}{T}$ . Справді, оскільки у випадку періодичної функції:

$$M_t \{f(t)\} = \lim_{\Theta \rightarrow \infty} \frac{1}{2\Theta} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt = \lim_{\Theta \rightarrow \infty} \frac{1}{2NT + 2\Delta} \left[ N \int_0^T + N \int_{-T}^{-\Theta} + N \int_{NT}^{\Theta} \right] f(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt, \quad (7)$$

де  $N = E\left(\frac{\Theta}{T}\right)$ ,  $E(\bullet)$  – ціла частина числа,  $\Delta = \Theta - NT$ , то звідси середня потужність ПКВП визначається усередненням на періоді корельованості, тобто на відрізку  $[0, T)$ , тоді:

$$P_x^T = \frac{1}{T} \int_0^T E|X(t)|^2 dt = \frac{1}{T} \int_0^T r(t, t) dt, \quad (8)$$

а умова належності до класу  $\mathbf{p}$  набуде вигляду

$$P_x^T = \frac{1}{T} \int_0^T r(t, t) dt < \infty, \quad (9)$$

Тому клас ПКВП, для якого виконується ця умова, коли його трактувати як підклас у класі  $\mathbf{p}$ , був названий класом  $\mathbf{p}^T$ . На цей клас поширюється з відповідними видозмінами теорія класу  $\mathbf{p}$  [15]. Зокрема замість простору  $\mathbf{h}^p$  вводиться простір  $\mathbf{h}^T = L^2\left([0, T); \frac{1}{T}, K\right)$ , тобто простір інтегровних на  $[0, T)$  з квадратом за мірою  $\frac{dt}{T}$  функцій над колгоморівським гільбертовим простором  $K$  випадкових величин скінченної дисперсії, і норма у цьому просторі  $\|x\|_{\mathbf{h}^T} = \sqrt{P_x^T}$ .

Кореляційні компоненти:

$$B_k(u) = \frac{1}{T} \int_0^T r(t+u, t) e^{-ik\Delta t} dt, \quad (10)$$

в силу їхньої обмеженості  $B_k(u) \leq B_0(u) \leq B_0 = P_x^T$  належать до класу  $B^2$ , тому мають зображення у вигляді Фур'є за мірами (загалом комплексно значними):

$$B_k(u) = \int_R e^{iu l} F_k(dl), \quad (11)$$

де  $R$  – множина дійсних чисел,  $F_k(dl)$  – спектральна міра.

Коваріація ПКВП має зображення у вигляді

$$r(t, s) = \iint_{R^2} e^{i(dl, dm)} F(dl, dm), \quad (12)$$

де  $F(dl, dm)$  – спектральна біміра.

Встановлені властивості коваріації ПКВП дають підставу вивести вираз самого процесу через його стаціонарні складові, тобто встановити структуру цього класу процесів [15].

ПКВП належить до класу  $\mathbf{p}^T$  тоді і тільки тоді, коли він має зображення:

$$x(t) = \sum_{k \in Z} x_k(t) e^{ik\Delta t}, \quad (13)$$

де,  $x_k(t)$  – стаціонарні компоненти ПКВП,  $Z$  – множина всіх цілих і відповідно підмножина додатних чисел,  $\Delta$  – циклічна частота  $\Delta = 2\pi/T$ .

На основі обгрунтованої математичної моделі можна реалізувати прості алгоритми опрацювання ЕГЕС засобами ЕТСС (синфазний і компонентний) для отримання статистичних оцінок його імовірнісних характеристик, які є показниками стану шлунково-кишкового тракту.

### Висновки

З аналізу електрогастроентеросигналу та описаних властивостей періодично-корельованих випадкових процесів випливає, що математична модель процесу такого класу дає змогу адекватно описати сигнал, а саме врахувати поєднання випадковості та періодичності сигналу, а тому і розробити методи визначення інваріантних інформаційних ознак електрогастроентеросигналу

враховуючи статистику таких сигналів для задач ранньої (своєчасної) діагностики стану шлунково-кишкового тракту.

1. Зальцман И.Н. Комплексная методика электрогастрографического и рентгенологического исследования двигательной функции желудка: автореф. дисс. ...канд.мед.наук / И.Н. Зальцман. – М., 1965. – 23 с. 2. Ногаллер А.М. Новое в электрогастрографии / А.М. Ногаллер. – М.: Тер. архив, 1971. – № 5. – С. 113–114. 3. Саблин О. А. Функциональная диагностика в гастроэнтерологии / О.А. Саблин, В.Б. Гриневич, Ю.П. Успенский, В.А. Ратников: Учеб.-метод. пособие. – М., СПб., 2002. — 88 с. 4. Ступин В.А., Богданов А.Е., Закиров Д.Б., Силуянов С.В., Смирнова Г.О. Новый метод диагностики моторно-эвакуаторной функции желудочно-кишечного тракта. 5. Климов П.К. Биоэлектрическая активность гладких мышц пищеварительного тракта и ее связь с сократительной деятельностью / П.К. Климов, В.Н. Устинов // Успехи физиологических наук. – М., 1973. – Т. 4. – № 4. – С. 3–33. 6. Ребров В.Г. Особенности регистрации электрической активности желудка и кишечника с поверхности тела пациента / В.Г. Ребров, Б.А. Станковский, Г.И. Куланина // Рос. журн. гастроэнтерологии, гепатологии, колопроктологии. – М., 1996. – № 2. – С. 48–52. 7. Ребров В.Г. Особенности регистрации электрической активности желудка и кишечника с поверхности тела пациента / В.Г. Ребров, Б.А. Станковский, Г.И. Куланина // Рос. журн. Гастроэнтерол. гепатол. колопроктол. – М., 1996. – Т. 6, № 2. – С. 48–52. 8. Смирнов А.А. Диагностическая оценка изменений электрической активности тонкой кишки у больных с распространенным перитонитом / А.А. Смирнов: Автореферат дис. ...канд. мед. наук, 14.00.27. – хирургия. ГИУВ. – Иркутск, 2006. 9. Устинов В.Н. Конфигурация биопотенциалов гладких мышц желудка и двенадцатиперстной кишки / В.Н. Устинов // Физиологический журнал СССР им. И.М. Сеченова. – М., 1974. – Т. 60. – № 6. – С. 961–970. 10. Шуба М.Ф. Электрофизиологические особенности гладких мышц желудочно-кишечного тракта / М.Ф. Шуба: В кн. «Моторная функция желудочно-кишечного тракта». – К., 1965. – С. 155–166. 11. Пономарева А.П. Периферическая электрогастроэнтеромиография в детской гастроэнтерологии / А.П. Пономарева, Н.С. Рачкова, С.В. Бельмер, А.И. Хавкин. – М.: Методические аспекты, 2007. – 48 с. 12. Смирнова Г.О. Периферическая электрогастроэнтерография в клинической практике: Пособие для врачей / Г.О. Смирнова, С.В. Силуянов. – М., 2009 – 20 с. 13. Ступин В.А. Периферическая электрогастроэнтерография в диагностике нарушений моторно-эвакуаторной функции желудочно-кишечного тракта / В.А. Ступин, Г.О. Смирнова, М.В. Баглаенко, С.В. Силуянов, Д.Б. Закиров. – М.: Лечащий врач, 2005. – № 2. – С. 60–62. 14. Cole L.G. Roentgenocinematography of stomach and cap / L.G. Cole / Am. J. Roentgenol. – 1914. – Vol. 107. – P. 212–228. 15. Драган Я.П. Енергетична теорія лінійних моделей стохастичних сигналів / Я.П. Драган. – Львів: Центр стратегічних досліджень еко-біо-технічних систем, 1997. – XVI+333с.

Библиотека литературы по функциональной гастроэнтерологии:

<http://www.gastroscan.ru/literature/>